MODERN PORTFOLIO THEORY: IS IT POSSIBLE TO MAKE USE OF ITS BENEFITS IN PRACTICE?[1]

Adriano Leal Bruni (Doctoral Student, São Paulo University, email : albruni@usp.br)
Rubens Famá (Professor, São Paulo University, email : rfama@usp.br)

ABSTRACT

One of the main moments of the Finance history was the development of the Modern Portfolio Theory (MPT). The concepts of this theory present that it would be possible for an investor to maximize the expected return and/or minimize the risk borned through the use of quadratic programming techniques. The aim of this paper is to verify if the use of the ex-ante MPT tecniques could result in a superior ex-post performance. Potfolios composed with twenty of the most liquid stocks traded on the São Paulo Stock Market were analised, from July 1996 to June 1998.

Introdução

Buscando compreender o funcionamento dos mercados financeiros e a forma de ação dos investidores, a Teoria de Finanças vem sofrendo profundas alterações nos últimos 50 anos. Nessa evolução, passou a utilizar técnicas e expressões exóticas, aparentemente estranhas aos mercados financeiros, como: redes neurais; teoria do caos; mercados fractais; seqüências de Fibonaci e algoritmos genéticos. Expressões anteriormente ligadas apenas às ciências exatas, como a Física ou a Matemática, passaram a ser constantemente incorporadas às Finanças. De acordo com Bernstein (1992, p. 01) o marco dessas mudanças *ou "a idéia revolucionária que define a fronteira entre os tempos modernos e o passado"* é o domínio do risco : *"a noção de que o futuro é mais do que um capricho dos deuses e de que homens e mulheres não são passivos ante a natureza"*.
Possivelmente, um dos primeiros acadêmicos a incluir a importância da análise e do domínio do risco na gestão de investimentos foi Harry Markowitz, no clássico artigo *"Portfolio Selection"*, publicado em junho de 1952 no *Journal of Finance*. O pioneirismo e a importância das suas idéias permitiram que, em 1990, o mesmo fosse agraciado com o prêmio Nobel de Economia, juntamente com William Sharpe, um dos seus principais seguidores.
Dos trabalhos de Markowitz (1952), originou-se a Moderna Teoria de Portfólios (MTP) que, sinteticamente, apresenta que enquanto o retorno esperado de um conjunto de ativos é resultado da média dos retornos individuais esperados, ponderada pela participação individual de cada ativo no conjunto, o risco desta carteira, representado pelo desvio padrão dos retornos, é função das variâncias individuais dos ativos e das parcelas de covariâncias existentes entre os ativos, calculadas de dois em dois ativos. Sendo os retornos de dois ativos não perfeitamente correlacionados, existiria um ganho (expresso pela redução de

[1] Reprodução integral de: Bruni, A. L. & Famá, R. (1999). *Modern Portfolio Theory : Is It Possible to Make Use of Its Benefits in Pratice?* Anais do BALAS 1999 - encontro anual da *Business Association of Latin American Studies* - pp. 291-301.

riscos corridos ou aumento dos retornos esperados) decorrente da distribuição de investimentos entre ambos os ativos. O conceito de diversificação, decorrente da MTP, suplantou a noção de concentração de investimentos nos ativos que ofereceriam um maior retorno esperado.

Através de técnicas de programação quadrática e métodos lagrangianos seria possível obter uma combinação de ativos eficientes na relação entre retornos esperados e riscos corridos. Tais conjuntos representariam pontos onde dado o nível de risco desejável, seria a combinação que o ofereceria o maior retorno, ou, dado o nível esperado de retorno, seria o conjunto que apresentaria o menor nível de risco possível. Em mercados racionais, compostos por agentes maximizadores de riqueza, os investidores deveriam procurar formar conjuntos eficientes de ativos : maximizando retornos esperados e minimizando ricos corridos.

A aplicação prática das técnicas da MTP permitem que dois tipos de informações sejam empregadas : informações futuras sobre como se comportarão os preços e os retornos dos ativos analisados e informações passadas - assumindo-se que o futuro é uma continuação do passado. Dadas as dificuldades e subjetividades inerentes à construção de cenários para a estimativa dos preços e retornos futuros, costuma-se utilizar a última alternativa : o emprego de informações passadas para a formação de carteiras eficientes na relação entre riscos e retornos.

O objetivo deste trabalho consistiu em verificar se, de fato, a diversificação de investimentos e a aplicação *ex-ante* das técnicas da Moderna Teoria de Portfólios permitiria a obtenção de performances *ex-post* superiores. Para analisar os resultados da diversificação de investimentos e da aplicação da MTP foram coletadas informações referentes aos retornos das vinte ações mais líquidas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) entre os meses de julho/93 a junho/98. Testou-se os retornos resultantes de estratégias baseadas na diversificação simples - ou seja, supondo uma distribuição uniforme de investimento entre as vinte ações analisadas, e na aplicação das técnicas da MTP. Os resultados indicaram que, a depender do prazo (janela móvel) utilizado para a obtenção dos desvios, covariâncias e retornos médios passados, diferentes poderiam ter sido as performances obtidas.

Fundamentação Teórica

Risco versus Retorno : A Moderna Teoria de Portfólios

De acordo com Bernstein (1992), enquanto realizava seu doutorado na Universidade de Chicago no início da década de 50, Harry Markowitz empolgou-se com idéia sugerida por um corretor de ações quanto à aplicação de técnicas de pesquisa operacional na análise e gestão de investimentos. Tais idéias possibilitaram, anos depois, o desenvolvimento da Moderna Teoria de Portfólios (MTP).

Para poder evoluir as principais idéias que constituíram a base da MTP, Markowitz (1952) assumiu premissas descritas como:

- os investidores avaliariam portfólios apenas com base no valor esperado e na variância (ou o desvio padrão) das taxas de retorno sobre o horizonte de um período;

- os investidores nunca estariam satisfeitos. Quando postos a escolher entre dois portfólios de mesmo risco, sempre escolheriam o de maior retorno;
- os investidores seriam avessos ao risco. Quando postos a escolher entre dois portfólios de mesmo retorno, sempre escolheriam o de menor risco;
- os ativos individuais seriam infinitamente divisíveis, significando que um investidor poderia comprar a fração de ação, se assim o desejasse;
- existiria uma taxa livre de risco, na qual um investidor poderia, tanto emprestar, quanto tomar emprestado;
- custos de transação e impostos seriam irrelevantes;
- os investidores estariam de acordo quanto à distribuição de probabilidades das taxas de retorno dos ativos, o que asseguraria a existência de um único conjunto de carteiras eficientes.

As únicas informações relevantes para a análise de investimentos seriam a média e o desvio padrão dos retornos, representados pelas seguintes equações:

A) Retorno do portfólio p

$$r_P = \sum_{i=1}^{n} r_i w_i \qquad \text{Equação 01.}$$

Ou, matricialmente:

$$r_p = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \dots & r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix} \qquad \text{Equação 02.}$$

Onde:

r_i = retorno médio do ativo i
w_i = proporção investida no ativo i

B) Risco do portfólio p

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \operatorname{cov}_{ij}} \qquad \text{Equação 03.}$$

Ou, apresentado sob o formato matricial:

$$\sigma_p = \sqrt{\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{var}_1 & \mathrm{cov}_{12} & \dots & \mathrm{cov}_{1n} \\ \mathrm{cov}_{21} & \mathrm{var}_2 & \dots & \mathrm{cov}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathrm{cov}_{n1} & \mathrm{cov}_{n2} & \dots & \mathrm{var}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}} \qquad \text{Equação 04.}$$

Onde:

σ_i = desvio padrão do ativo i
w_i = proporção investida no ativo i
var_i = variância do ativos i
cov_{ij} = covariância entre os ativos i e j

Em outras palavras, enquanto o retorno de um portfólio resulta, simplesmente, da média ponderada dos retornos dos ativos individuais, o risco do conjunto envolve, além da análise dos riscos individuais, considerações sobre as covariâncias dos ativos, calculadas de dois a dois ativos.

Securato (1997a) ressaltou a importância da consideração da covariância (ou correlação), ao afirmar que, antes do trabalho pioneiro de Markowitz (1952), o raciocínio intuitivo associava a relação entre risco e retorno a uma reta, como se os ativos fossem perfeitamente correlacionados.

> *Esse tipo de raciocínio do nosso investidor é bastante 'intuitivo'. Tão intuitivo quanto afirmar que 'um peso de dez quilos cai dez vezes mais depressa que o peso de um quilo'. Então, dizem, Galileu subiu no alto da Torre de Pizza e soltou, junto, um peso de dez e outro de um quilo, que caíram juntos ao solo. Bem, lá se foi a intuição. O Galileu das Finanças foi Markowitz, o qual provou que o raciocínio 'intuitivo' de nosso investidor estava errado. O gráfico correto da relação risco versus retorno não é, no caso geral, uma reta, mas, sim, uma hipérbole. (p. 64).*

Sendo a relação hiperbólica e considerando-se apenas dois ativos, pode-se perceber que, à medida que a correlação entre os ativos diminui, ocorre um aumento do *benefício* da relação entre risco e retorno, isto é, diminuem-se os riscos para um mesmo nível de retorno anterior (como no caso das carteiras c, b e a), ou aumentam-se os retornos esperados para um mesmo nível anterior de risco (como a seqüência de carteiras c, d e e).

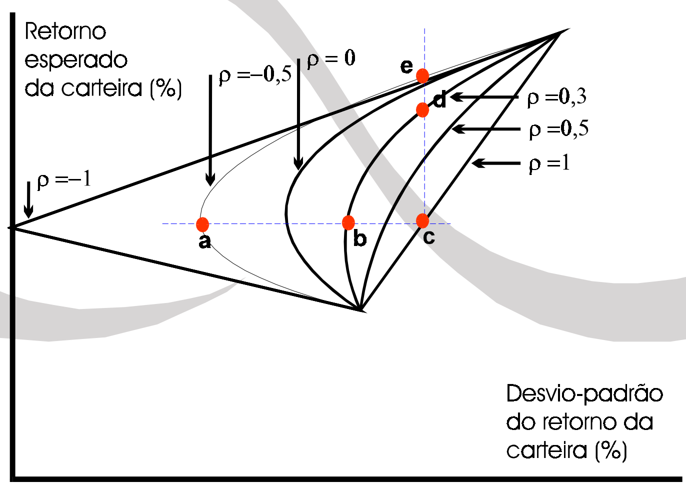

Figura 1 : Risco e retorno para diferentes correlações.

Fonte : Adaptado de Ross et al. (1995, p. 213).

Considerando-se n ativos, as infinitas combinações de carteiras possíveis resultariam em um compacto (figura geométrica sem pontos vazios internos), delimitado por uma hipérbole, conforme figura apresentada a seguir:

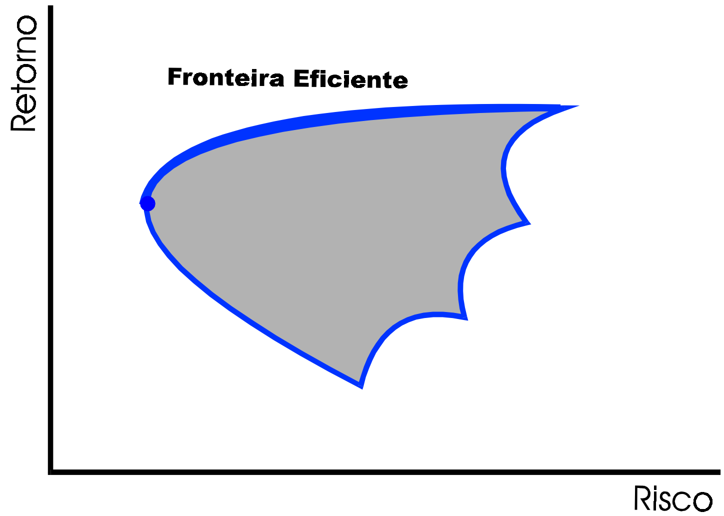

Figura 2 : Risco versus retorno para três ou mais ativos.

Na ב, percebe-se a existência de um conjunto de pontos otimizados na relação risco versus retorno, denominado fronteira eficiente e sujeito às seguintes restrições: (a) dado um nível de risco, não existe carteira com maior retorno; (b) dado um nível de retorno, não existe carteira com menor risco. A fronteira eficiente pode ser obtida através da maximização do retorno e, ao mesmo tempo, da minimização do risco. O que equivale a maximizar a relação retorno sobre risco:

$$max\left(\frac{r_P}{\sigma_p}\right) = max\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} r_i w_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \operatorname{cov}_{ij}}}\right)$$ Equação 05.

Existindo a possibilidade de vendas a descoberto, a maximização estará sujeita à restrição de que o total do valor investido deva ser 100%, ou $\sum w_i = 100\%$. Existindo restrições às operações de venda a descoberto, a maximização estará sujeita a restrição de que o valor investido seja 100% <u>e</u> que w_i seja maior ou igual a zero, para todo w_i ($w_i \geq 0; \forall w_i.$).Quando não é permitido vender a descoberto nem é possível operar nas condições do ativo livre de risco, ou seja, quando não é possível captar ou aplicar recursos a uma taxa livre de risco, a função objetivo passa a ser minimizar o risco, sujeita à condição adicional de um dado retorno para o seu portfolio, ou de maximizar o retorno, sujeito à condição de um dado risco.

Em uma época de caros e escassos recursos computacionais, a complexidade das operações envolvidas na determinação dos pontos da fronteira eficiente impediu durante anos o uso das técnicas sugeridas por Markowitz (1952). Trabalho publicado por Sharpe (1961) ilustrou que o melhor computador IBM disponível no início dos anos 60 necessitaria de 33 minutos para realizar uma simples otimização entre 100 ativos. O custo estimado dessa operação na época era igual a US$ 300, o que inviabilizava testes e simulações. Embora parte do trabalho envolvido no processo tenha sido substancialmente reduzida por outro estudo publicado por Sharpe (1963), atualmente recursos de fácil disponibilidade e utilização, como a planilha eletrônica MS Excel ® e o aplicativo Solver, permitem realizar a tarefa de otimização com razoável precisão e sem grandes dificuldades.

A Importância da Diversificação

As conclusões de Markowitz (1952) ressaltaram a importância da diversificação , conceito, até então, contestado por pensadores influentes, como Keynes, para quem a diversificação seria um equívoco.

> *Sou a favor de concentrar meus investimentos tanto quanto o mercado permita [...] Supor que segurança consiste em se fazer pequenas apostas num grande número de companhias sobre as quais eu não tenho informações para fazer um bom julgamento, comparada a uma posição substancial numa companhia sobre a qual eu tenho uma informação adequada, parece-me uma paródia.[Keynes, 1939, apud Bernstein (1992, p. 48)].*

Loeb [1935, apud (Bernstein, 1992, p. 48)], outro autor igualmente contrário à diversificação, afirmou que *"uma vez que você obtenha confiança, a diversificação é indesejável. Diversificação é uma admissão de quem não sabe o que fazer e um esforço para ter uma performance média".*

Porém, a MTP revelou que uma diversificação bem feita pode reduzir ou, até mesmo, eliminar os riscos únicos. De forma simples, se o aumento do preço do petróleo pode prejudicar os resultados de uma companhia de aviação, um investidor poderia reduzir ou anular esse risco (refletido no valor das ações), através da compra de ações (com correlação negativa) de uma empresa petrolífera - que teria seus resultados melhorados em função do aumento no preço do petróleo.

Markowitz também liquidou as concepções ingênuas de diversificação, segundo as quais bastava colocar os ovos em vários cestos diferentes e, quanto maior o número de cestos, maior a segurança. Entretanto, se existir forte e positiva correlação entre os ativos, os vários cestos imaginários se comportariam com um único cesto.

De acordo com Fama (1976, p. 250), pode-se perceber a importância da diversificação através da decomposição do risco total do portfólio. A Equação 04 pode ser reescrita da seguinte forma :

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} w_i w_j \operatorname{cov}_{ij}}$$ Equação 06.

Supondo que os ativos estejam igualmente distribuídos no portfólio (isto é, apresentam participações iguais), a equação anterior pode ser apresentada como:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}{n}\right) + \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \operatorname{cov}_{ij}}{n^2}}$$ Equação 07.

Ou :

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n}\overline{\sigma_i^2} + \frac{n-1}{n}\overline{\operatorname{cov}_{i,j}}}$$ Equação 08.

Quando n é grande, [(n-1)/n] aproxima-se de 1 e 1/n aproxima-se de zero. O risco do portfólio torna-se aproximadamente igual a covariância média dos ativos, calculada dois a dois. Em outras palavras, a medida que aumenta-se a diversificação de uma carteira, os riscos individuais perdem importância frente a covariância média dos retornos. Ou seja, embora $\overline{\sigma_i^2}$ (variância média) na equação 08 não altere sistematicamente a medida que n aumenta, a contribuição total das variâncias dos retornos dos ativos, $\left(\frac{1}{n}\right)\overline{\sigma_i^2}$, à variância do portfólio, σ_p^2, declina inexoravelmente a medida que n cresce, conforme apresentado na figura seguinte.

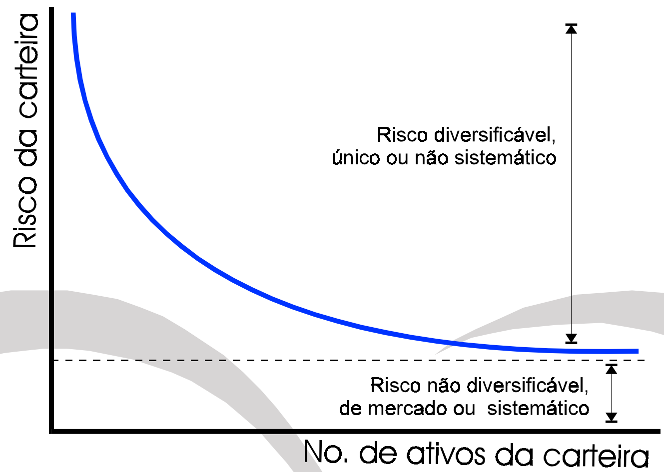

Figura 3 : Risco total versus número de ativos no portfólio.

Procedimentos Empíricos Utilizados

Com o objetivo de analisar os eventuais benefícios decorrentes da aplicação do modelo proposto por Markowitz, foram coletados os retornos reais (ajustados a dividendos, bonificações e deflacionados pelo IGP-DI) de um conjunto de ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) entre os meses de julho de 1993 a junho de 1998.

Para diminuir os problemas decorrentes de imperfeições do mercado, como a falta de negociabilidade das ações, foram testados os retornos de carteiras formadas apenas pelas 20 ações com maiores níveis de liquidez no período compreendido entre os meses de julho de 1997 e junho de 1998, relacionadas na א.

A medida de liquidez empregada consistiu no *índice de negociabilidade em bolsa* (INB), que, por sua vez, foi definido de acordo com a expressão a seguir:

$$INB = 100 \cdot \frac{p}{P} \cdot \sqrt{\frac{n}{N} \cdot \frac{v}{V}}$$ Equação 09.

Onde :

p = número de dias em que houve pelo menos um negócio com a ação dentro do período escolhido
P = número total de dias do período escolhido
n = número de negócios com a ação dentro do período escolhido
N = número de negócios com todas as ações dentro do período escolhido (no caso, 360 dias)

v = volume em dinheiro de negociações com a ação dentro do período escolhido
V = volume em dinheiro de negociações com todas as ações dentro do período escolhido.

As ações analisadas estão relacionadas na א. Todos os dados foram extraídos da base de dados Economática[2], disponível no Laboratório de Finanças da FEA/USP, no mês de julho de 1998.

Tabela 1 : Ações analisadas.

Ação	Código	INB	Ação	Código	INB
Telebras PN	TELB4	29,6405	Cesp PN	CESP4	1,1929
Petrobras PN	PETR4	5,7801	Ericsson PN	ERIC4	1,1425
Telebras ON	TELB3	3,9909	Usiminas PN	USIM4	1,1316
Eletrobras PNB	ELET6	3,6232	Brahma PN	BRHA4	1,0410
Eletrobras ON	ELET3	3,5282	Brasil PN	BBAS4	0,9727
Telesp PN	TLSP4	3,3637	Telerj PN	TERJ4	0,9482
Vale Rio Doce PNA	VALE5	2,3970	Inepar PN	INEP4	0,8740
Cemig PN	CMIG4	2,3748	Itaubanco PN	ITAU4	0,7233
Bradesco PN	BBDC4	1,9517	Light ON	LIGH3	0,6441
Banespa PN	BESP4	1,4547	Telesp ON	TLSP3	0,5277

Para poder testar as técnicas apresentadas na Moderna Teoria de Portfólios foram comparadas as performances de carteiras resultantes de uma diversificação simples - considerando-se a alocação de 5% dos investimentos em cada um dos 20 ativos - e de carteiras otimizadas - resultantes da otimização da relação passada entre risco e retorno dos ativos.
De acordo com Markowitz (1997, 03) dois tipos de informações poderiam ser empregadas na construção de melhores portfólios : informações passadas - supondo ser o futuro uma continuação do passado - e informações futuras - construídas com base na crença de um ou mais analistas sobre o comportamento futuro dos ativos analisados. Dadas as dificuldades de previsão de cenários e comportamentos futuros, além do forte grau de subjetividade inerente a essas análises, o mais usual consiste em se elaborar carteiras otimizadas com base nos dados históricos de riscos, retornos e covariâncias dos ativos.
Sendo assim, para verificar a performance de carteiras otimizadas, foram construídos portfólios com base em horizontes iguais aos 12, 24 ou 36 meses anteriores (janelas móveis) ao mês em questão. Para facilitar a tarefa de otimização das carteiras, determinação da combinação ótima e a obtenção posterior dos retornos, foi utilizada a planilha eletrônica MS Excel ®, versão 7.0, dotada de recurso Solver para a análise de dados.
No final do mês t, compreendido entre junho/96 e maio/98, determinou-se qual seria a combinação dos ativos que forneceria o menor risco possível - ponto de risco mínimo da fronteira eficiente. Para cada carteira otimizada formada, manteve-se a composição no mês subsequente, obtendo-se, em seguida, seu retorno durante o mês t+1. No final do mês t+1, repetiu-se o procedimento, obtendo-se uma nova composição otimizada dos ativos que minimizariam o risco e o retorno realizado no mês t+2, e assim por diante. Repetindo-se o procedimento entre os meses de julho/96 a junho/98, obteve-se um total de 96 retornos mensais

[2] Base de dados sobre ações latino-americanas.

(4 estratégias x 24 meses = 96). Todos os valores obtidos estão apresentados na ב.

Tabela 2 : Retornos de carteiras compostas de formas simples e otimizadas.

Mês	Ibovespa	Médias	Médias Otimizadas			Retornos Acumulados					Poup.	Médias - Poupança				
		Simples	12 m	24 m	36 m	Ibovespa	Simples	12 m	24 m	36 m	Real	Ibovespa	Simples	12 m	24 m	36 m
Jul/96	0,22%	-1,64%	-3,71%	-4,65%	-1,79%	0,22%	-1,64%	-3,71%	-4,65%	-1,79%	-0,002%	0,223%	-1,64%	-3,71%	-4,64%	-1,79%
Ago/96	2,21%	2,69%	-0,50%	3,95%	3,22%	2,44%	1,01%	-4,19%	-0,88%	1,37%	1,127%	1,088%	1,57%	-1,63%	2,83%	2,09%
Set/96	2,86%	0,56%	-2,99%	-0,83%	2,40%	5,37%	1,58%	-7,05%	-1,69%	3,80%	1,034%	1,826%	-0,47%	-4,02%	-1,86%	1,36%
Out/96	1,10%	1,50%	2,28%	6,66%	2,36%	6,53%	3,10%	-4,93%	4,85%	6,25%	1,023%	0,077%	0,48%	1,26%	5,64%	1,33%
Nov/96	1,75%	7,63%	31,26%	6,45%	-1,93%	8,39%	10,97%	24,79%	11,62%	4,19%	1,037%	0,712%	6,59%	30,22%	5,42%	-2,97%
Dez/96	4,69%	5,99%	10,28%	6,74%	3,29%	13,48%	17,62%	37,61%	19,14%	7,62%	0,496%	4,192%	5,50%	9,78%	6,25%	2,79%
Jan/97	11,38%	10,17%	7,78%	14,65%	9,32%	26,38%	29,58%	48,32%	36,59%	17,65%	-0,325%	11,700%	10,49%	8,11%	14,97%	9,64%
Fev/97	10,39%	10,62%	10,25%	12,74%	10,55%	39,51%	43,33%	63,53%	54,00%	30,05%	0,737%	9,649%	9,88%	9,51%	12,01%	9,81%
Mar/97	1,26%	-1,24%	-0,17%	-1,62%	-1,69%	41,27%	41,55%	63,25%	51,50%	27,86%	-0,030%	1,294%	-1,21%	-0,14%	-1,59%	-1,66%
Abr/97	9,72%	12,96%	6,89%	10,72%	9,25%	55,01%	59,91%	74,49%	67,74%	39,68%	0,527%	9,197%	12,44%	6,36%	10,19%	8,72%
Mai/97	13,30%	14,75%	18,27%	8,43%	8,44%	75,63%	83,49%	106,37%	81,87%	51,47%	0,837%	12,465%	13,91%	17,43%	7,59%	7,60%
Jun/97	10,01%	15,44%	18,61%	11,42%	11,01%	93,21%	111,82%	144,76%	102,63%	68,15%	0,457%	9,554%	14,98%	18,15%	10,96%	10,55%
Jul/97	2,33%	7,12%	7,49%	7,62%	7,36%	97,72%	126,90%	163,10%	118,07%	80,53%	1,069%	1,264%	6,05%	6,42%	6,55%	6,30%
Ago/97	-17,55%	-12,63%	-17,67%	-13,97%	-12,24%	63,02%	98,24%	116,60%	87,61%	58,44%	1,171%	-18,719%	-13,80%	-18,85%	-15,14%	-13,41%
Set/97	10,55%	10,48%	11,63%	14,79%	14,68%	80,22%	119,00%	141,79%	115,35%	81,70%	0,557%	9,989%	9,92%	11,08%	14,23%	14,13%
Out/97	-24,09%	-25,99%	-32,31%	-26,99%	-27,06%	36,81%	62,08%	63,67%	57,22%	32,54%	0,816%	-24,902%	-26,81%	-33,13%	-27,81%	-27,87%
Nov/97	3,68%	5,17%	4,63%	4,08%	1,76%	41,84%	70,47%	71,24%	63,64%	34,87%	1,201%	2,479%	3,97%	3,42%	2,88%	0,56%
Dez/97	7,79%	5,12%	5,59%	2,78%	6,32%	52,90%	79,19%	80,81%	68,19%	43,39%	1,117%	6,676%	4,00%	4,47%	1,67%	5,20%
Jan/98	-5,50%	-1,23%	2,68%	-1,19%	-4,64%	44,49%	76,99%	85,65%	66,18%	36,73%	0,765%	-6,265%	-1,99%	1,91%	-1,96%	-5,41%
Fev/98	8,72%	6,23%	8,96%	5,99%	7,54%	57,09%	88,02%	102,29%	76,13%	47,05%	1,538%	7,185%	4,69%	7,42%	4,45%	6,00%
Mar/98	12,76%	15,64%	9,25%	16,10%	11,55%	77,14%	117,43%	120,99%	104,49%	64,03%	1,173%	11,586%	14,47%	8,07%	14,93%	10,37%
Abr/98	-2,12%	0,92%	-7,73%	-8,71%	-7,31%	73,37%	119,42%	103,92%	86,68%	52,04%	1,106%	-3,231%	-0,19%	-8,83%	-9,81%	-8,41%
Mai/98	-15,87%	-16,34%	-10,03%	-13,87%	-14,54%	45,85%	83,58%	83,47%	60,79%	29,94%	0,725%	-16,599%	-17,06%	-10,75%	-14,59%	-15,26%
Jun/98	-1,71%	-3,60%	9,44%	6,20%	0,65%	43,36%	76,97%	100,80%	70,76%	30,79%	0,712%	-2,418%	-4,31%	8,73%	5,49%	-0,06%
Média	2,00%	2,93%	3,76%	2,81%	1,60%						0,786%	1,209%	2,14%	2,97%	2,03%	0,82%
Desv Pad	9,49%	9,91%	12,40%	10,21%	9,42%						0,432%	9,552%	9,94%	12,42%	10,27%	9,46%
											Índice de Sharpe	0,1266	0,2157	0,2392	0,1972	0,0864

As performances obtidas pelas carteiras otimizadas foram comparadas com as de carteiras resultantes de uma diversificação homogênea e simples - decorrentes da aplicação de 5% dos recursos totais em cada uma das 20 ações analisadas (5% x 20 ações = 100%) - e, adicionalmente, com a performance de um índice de mercado - no caso, o índice Bovespa. A comparação dos resultados obtidos envolveu a análise dos retornos acumulados ao longo dos 24 meses estudados e a consideração conjunta da relação risco-retorno mediante a aplicação do índice de Sharpe, matematicamente representado pela seguinte expressão:

$$I_{Sharpe} = \frac{E(R_i)}{\sigma(R_i)} \qquad \text{Equação 10.}$$

Onde :

- I_{Sharpe} = índice de Sharpe
- $E(R_i)$ = média dos retornos em excesso[3] da carteira i durante o período analisado
- $\sigma(R_i)$ = desvio-padrão dos retornos em excesso da carteira i durante o período analisado

[3] Por retornos em excesso entende-se os retornos superiores a uma taxa livre de risco. Neste trabalho considerou-se como aproximação a taxa livre de risco a taxa real da poupança, deflacionada pelo IGP-DI.

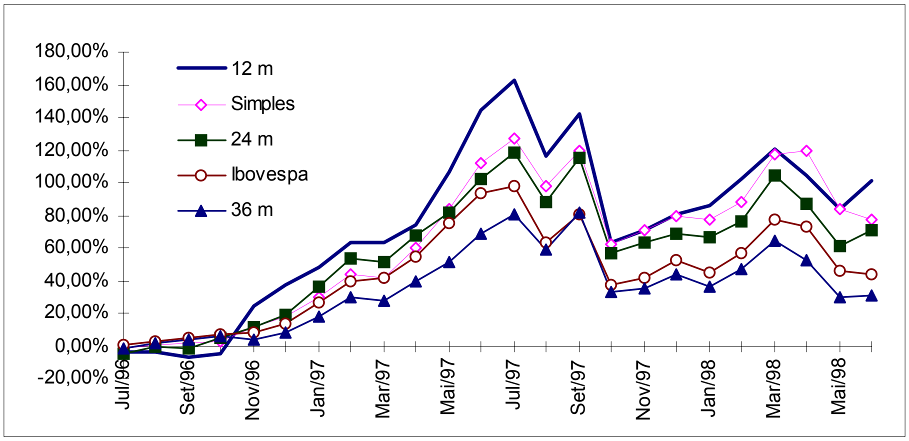

Figura 4 : Retornos reais acumulados.

De acordo com os retornos acumulados apresentados na ב, nota-se que, a depender do horizonte de estimativa (janela móvel) empregado nas otimizações das carteiras, diferentes resultados seriam obtidos. Analisando-se os retornos acumulados no período estudado, notou-se que qualquer uma das estratégias empregadas (diversificação simples ou otimizada) permitiria a obtenção de melhores resultados em relação ao Ibovespa, fato possivelmente explicado pela forte concentração do índice em determinados papéis que apresentaram baixas performances no período estudado. Além disso, a comparação dos retornos acumulados das estratégias de diversificação mostrou que o emprego de janelas móveis maiores (24 e 36 meses) na obtenção de carteiras otimizadas conduziria a resultados piores que a diversificação simples. Enquanto o Ibovespa apresentou um retorno acumulado no período igual a 46,36%, a diversificação simples alcançou 76,97%. O emprego de horizontes menores, formados pelos 12 meses anteriores, revelou-se capaz de permitir a obtenção de retornos ainda maiores, com um retorno acumulado no período igual a 100,80%. A superioridade da estratégia de otimizar carteiras com base em janelas móveis de 12 meses pode ser percebida na ד. Em quase todo o horizonte analisado, essa estratégia permitiria a obtenção de retornos acumulados superiores.

A análise conjunta da relação entre risco e retorno, feita através da obtenção do índice de Sharpe, confirmou a superioridade das carteiras otimizadas com base em horizontes de 12 meses (I_{Sharpe} = 0,2392). Além disso, também revelou que a diversificação simples (I_{Sharpe} = 0,2157) ou baseada no emprego de janela móvel de 24 meses (I_{Sharpe} = 0,1972) conduziria a performances melhores da relação conjunta entre risco e retorno, quando comparadas com as performances do índice Bovespa (I_{Sharpe} = 0,1266).

Considerações Finais

De um modo geral, os resultados encontrados neste trabalho conduziram a duas considerações importantes :

a) a utilização de técnicas originárias da Moderna Teoria de Portfólios e que envolveram o emprego de janelas móveis de 12 meses permitiram a obtenção de performances superiores em relação a estratégias de investimento baseadas em diversificação simples e em relação, também, ao índice de mercado considerado (Ibovespa);

b) a depender do horizonte (janela móvel) empregado nas análises, diferentes seriam os resultados encontrados. O uso de prazos superiores a 12 meses resultaria em resultados inferiores aos obtidos através do emprego de uma estratégia de diversificação simples.

Bibliografia

Bernstein, P. L. (1992). *Capital ideas*. New York : Free Press.

Bernstein, P. L. (1997). *Desafio aos deuses : a fascinante história do risco*. Rio de Janeiro : Campus.

Brealey, R. A. & Myers, S. C. (1992). *Princípios de finanças empresariais*. 3 ed. Portugal : McGraw Hill de Portugal.

Copeland, T. E. & Weston, F. J. (1992). *Financial theory and corporate policy*. Reimpressão da 3ª. edição. Nova Iorque : Addison Wesley.

Fama, E. F. (1976). *Foundations of finance*. New York : Basic Books.

Markowitz, H. (1952). *Portfolio selection*. Journal of Finance, junho, pp. 77 - 91.

Markowitz, H. (1991). *Foundations of portfolio theory*. Journal of Finance, junho, pp. 469 - 477.

Markowitz, H. (1997). *Portfolio Selection*. 6ª reimpressão da 2ª edição. Massachusetts : Blackwell.

Ross, S. A., Westerfield, R. W. & Jaffe, J. J. (1995). *Administração financeira : corporate finance*. São Paulo : Atlas.

Securato, J. R. (1997). *O modelo de Markowitz na administração de carteiras.* Revista Brasileira de Mercado de Capitais, 64, pp. 17-20.

Sharpe, W. F. (1964). *Capital asset prices : A theory of market equilibrium under conditions of risk*. Journal of Finance, setembro, pp. 425-443.

Sharpe, W. F. (1963). *A simplified model for portfolio analysis.* Management Science, pp. 277-293.

Sharpe, W. F. (1994). *The Sharpe ratio.* Texto extraído em 15/09/97 da *World Wide Web* : http:// www-sharpe.stanford.edu/sr.htm.

Sharpe, W. F., Alexander, G. J. & Bailey, J. V. (1995). *Investments*. 5 ed. New Jersey : Prentice Hall.